

Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

2008/2009 учебный год

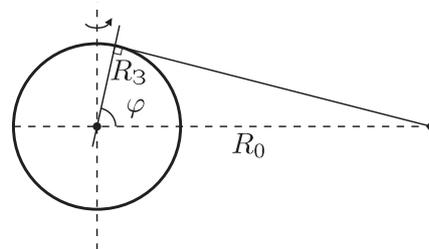
9 класс

Задача 1

Оцените, на какой широте наблюдатель не сможет видеть ни одного спутника Земли, находящегося на геостационарной орбите, то есть как бы «висящего» над одной точкой земной поверхности. Радиус Земли равен R_3 , ускорение свободного падения на поверхности Земли – g , период обращения (сутки) – T .

Решение

Наблюдатель на Земле может видеть только объекты, находящиеся выше уровня горизонта. Проведем в точке, где находится наблюдатель, горизонтальную плоскость (см. рисунок). Если эта



плоскость не пересекает геостационарную орбиту радиусом R_0 ни в одной точке, то ни один геостационарный спутник не будет виден наблюдателю. Это будет, если широта φ такова, что $\cos \varphi < \frac{R_3}{R_0}$.

Для спутника на геостационарной орбите уравнение вращательного движения вокруг Земли имеет вид: $m\omega^2 R_0 = \frac{GM_3 m}{R_0^2}$, где m – масса спутника, G – гравитационная постоянная,

M_3 – масса Земли, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения Земли. Поскольку ускорение

свободного падения на поверхности Земли $g = \frac{GM_3}{R_3^2}$, то $\omega^2 R_0 = g \left(\frac{R_3}{R_0} \right)^2$, и

$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{gR_3^2}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{gR_3^2 T^2}{4\pi^2}}.$$

Таким образом, наблюдатель на Земле не сможет увидеть ни одного спутника, находящегося на геостационарной орбите, если этот наблюдатель находится на

<http://v-olymp.ru/>

широте φ , удовлетворяющей неравенству: $\cos \varphi < \frac{R_3}{R_0} = \sqrt[3]{\frac{4\pi^2 R_3}{gT^2}}$, или

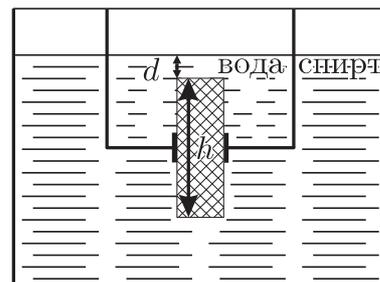
$$\varphi > \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{4\pi^2 R_3}{gT^2}}\right).$$

Заметим, что после подстановки известных чисел в эту формулу получается, что $\varphi > 81,4^\circ$. В таких высоких широтах живут только полярники, так что практически все жители Земли могут пользоваться спутниковыми «тарелками»!

Ответ: $\varphi > \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{4\pi^2 R_3}{gT^2}}\right).$

Задача 2

Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра $h = 21$ см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится



вода, в большом – спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность спирта $\rho_{\text{с}} = 790$ кг/м³, плотность цилиндра $\rho = 600$ кг/м³.

Решение

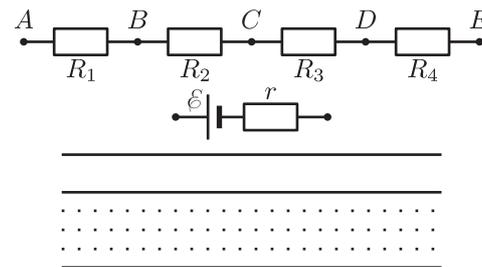
Сила давления спирта на нижнее основание цилиндра уравнивает вес цилиндра и силу давления воды на его верхнее основание: $\rho_{\text{с}}g(h+d)S = \rho hSg + \rho_{\text{в}}gdS$

(здесь S – площадь сечения цилиндра). Отсюда $d = \frac{\rho_{\text{с}} - \rho}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{с}}} h = 19$ см.

Ответ: $d = \frac{\rho_{\text{с}} - \rho}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{с}}} h = 19$ см.

Задача 3

Резисторы сопротивлениями $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$ и $R_4 = 80 \text{ Ом}$ припаяны к клеммам A , B , C , D и E так, как показано на рисунке.

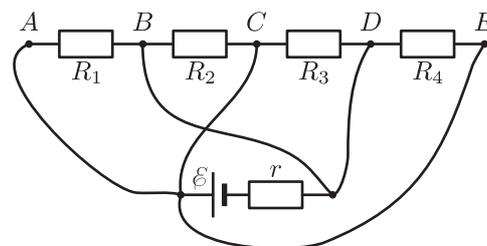


Имеется источник тока с ЭДС $E = 12 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 5 \text{ Ом}$, а также много

соединительных проводов малого сопротивления, которые можно подключать к источнику и к любой из клемм. Как нужно соединить источник и резисторы, чтобы общая тепловая мощность, выделяющаяся на резисторах, была максимальной? Чему равна эта мощность?

Решение

Искомая тепловая мощность максимальна, как нетрудно доказать, когда сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению источника $r = 5 \text{ Ом}$. Это достигается с наибольшей точностью при параллельном соединении всех резисторов (см. рисунок):



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} = \frac{15}{80} \text{ Ом}^{-1}, R \approx 5,33 \text{ Ом},$$

$$N_{\max} = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} \approx \frac{12^2 \cdot 5,33}{(5+5,33)^2} \approx 7,19 \text{ Вт}.$$

Ответ: Когда все резисторы соединены параллельно, так что их общее сопротивление близко к r , тепловая мощность максимальна и равна $N_{\max} \approx 7,19 \text{ Вт}$.

Задача 4

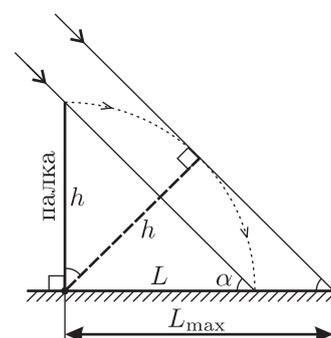
Палка, стоящая вертикально на горизонтальной площадке, освещаемой солнечным светом, имеет высоту $h = 1,2$ м и отбрасывает тень длиной $L = 0,9$ м. Палку начинают медленно наклонять в направлении отбрасываемой ею тени, так, что ее нижний конец не сдвигается с места. Длина тени при этом до определенного момента увеличивается, а потом начинает уменьшаться. Чему была равна максимальная длина тени от палки?

Решение

Длина тени максимальна и равна L_{\max} , когда палка располагается перпендикулярно лучам света от Солнца (см. рисунок).

При этом, очевидно, $L_{\max} = \frac{h}{\cos \alpha}$, где $\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{L^2 + h^2}}$.

Таким образом, $L_{\max} = \sqrt{L^2 + h^2} = 1,5$ м.



Ответ: $L_{\max} = \sqrt{L^2 + h^2} = 1,5$ м.